

# Theorie 3: Vielteilchenphänomene

Sommersemester 2012

Dozent: F. Marquardt

---

## Übungsblatt 2, Abgabe: 3.05. 2012

### Präsenzaufgaben

#### Boltzmannverteilung

a) Betrachten Sie ein logarithmisches Zentralpotential

$$V(r) = \begin{cases} V_0 \ln(r/r_0) & : a < r < b \\ \infty & : \text{sonst} \end{cases}$$

in  $d = 1, 2, 3$  Raumdimensionen. Geben Sie die Dichteverteilung  $\rho(\vec{r})$  eines Gases in einem Zentralpotential der angegebenen Form an. Was passiert mit der Normierung  $\tilde{Z} = \int d^d r \rho(\vec{r})$ , wenn man die obere Grenze des Potentials  $b$  gegen Unendlich gehen lässt? Für welche Temperaturen ist die Dichte noch normierbar?

b) Wir betrachten nun das  $1/r$  Gravitationspotential eines Planeten der Größe  $R_{\min}$  in drei Dimensionen. Führen Sie wieder einen Abschneideradius  $R_{\max}$  ein und skizzieren Sie die Dichteverteilung für verschiedene  $R_{\max}$ .

Wie verhält sich die Normierungskonstante  $\tilde{Z}$  für  $R_{\max} \rightarrow \infty$ ? Was bedeutet dies für den Anteil des Gases innerhalb eines festen Abstandes vom Planetenmittelpunkt? Ist die Planetenatmosphäre also stabil?

### Hausaufgaben

#### Binomialverteilung

a) Wieviele verschiedenen Möglichkeiten gibt es, bei  $M$  Würfeln einer Münze  $n$  mal Kopf zu finden?

b) Ein Betrunkener vollführt eine Zufallsbewegung, indem er in jedem Zeitschritt mit einer Wahrscheinlichkeit  $p$  einen Meter nach rechts, mit Wahrscheinlichkeit  $q = 1 - p$  einen Meter nach links torkelt. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P(M, n)$  an, den Betrunkenen nach  $M$  Zeitschritten  $n$  Meter rechts vom Ausgangsort entfernt zu finden. Skizzieren Sie  $P(M, n)$ .

c) Berechnen Sie die Erwartungswerte  $\langle n \rangle$  und  $\langle n^2 \rangle$ .

d) In einem Kanister des Volumens  $V$  seien  $M = 10^{24}$  Gasatome gleichmässig verteilt. Jedes Atom ist also zufällig irgendwo im ganzen Kanister anzutreffen, unabhängig von allen anderen. Betrachten Sie ein Teilvolumen  $v = V/100$  des Kanisters. Wieviele Atome erwartet man im Volumen  $v$  zu finden? Wie groß ist die relative Schwankung der Zahl der Atome, die sich in  $v$  befinden?