

Theorie 3: Vielteilchenphänomene

Sommersemester 2012

Dozent: F. Marquardt

Blatt 11, Abgabe: 5.7.2012

Präsenzaufgabe

Heisenberg-Spins in Molekularfeldnäherung

Wir betrachten die ferromagnetische Wechselwirkung zwischen klassischen Spins in d Dimensionen. Die Energie sei durch

$$E = -\tilde{J} \sum_{l, i=\text{NN}(i)} \vec{S}_l \vec{S}_i = -2J \sum_{\langle l, i \rangle} \vec{\sigma}_l \vec{\sigma}_i \quad \text{mit} \quad J > 0$$

gegeben, wobei $\vec{\sigma}_i$ Vektoren der Länge 1 sind und wir kein äußeres magnetisches Feld anlegen. a) Betrachten Sie das System in der Molekularfeldnäherung und zeigen Sie, dass die Selbstkonsistenzgleichung für den mittleren Spin $\vec{\sigma} =: \bar{\sigma} \vec{e}_z$ durch

$$\bar{\sigma} = L(\beta 4J d \bar{\sigma})$$

mit der Langevin-Funktion $L(x) = \coth x - \frac{1}{x}$ gegeben ist.

b) Skizzieren Sie, wie man geometrisch die Lösung der Selbstkonsistenzgleichung bestimmt und finden sie die Temperatur T_c des ferromagnetischen Phasenüberganges.

Hausaufgabe

(Anti)ferromagnetismus

Wir betrachten drei in den Eckpunkten eines Dreiecks angeordnete Ising-Spins mit $\sigma_{1,2,3} = \pm 1$. Die Energie einer Spinkonfiguration $\{\sigma_i\}$ ist durch

$$E(\{\sigma_i\}) = -2J \sum_{\langle i, j \rangle} \sigma_i \sigma_j$$

gegeben, wobei über alle Paare von Spins summiert wird.

a) Berechnen Sie die Energien, die das System annehmen kann, und geben Sie die jeweilige Entartung an. Skizzieren Sie das Termschema (d.h. die berechneten Energien) für $J > 0$ and $J < 0$.

b) Berechnen Sie die Zustandssumme und die freie Energie.

c) Berechnen Sie die Entropie und finden Sie den Grenzwert der Entropie für $T \rightarrow 0$ für $J > 0$ and $J < 0$. Begründen Sie die gefundenen Ergebnisse mit Hilfe des Termschemas.